Några kommentarer till 'Att mäta duglighet hos en tillverkningsprocess' (Qvintensen 2011:2)

Lars Ängquist[1]

26 juli 2011

[1](Filosofie doktor; Matematisk statistik, 2007) Nuvarande anställning: Institut for sygdomsforebyggelse, Köpenhamn, Danmark. Hemadress: Mariedalsvägen 33, S-21745, Malmö, Sverige. Telefon: (+46) 070-3586673. E-mail: Lars.Angquist@telia.com.

Innehåll

1 Inledning och bakgrund **1**

2 Tre kapabilitetsindex **1**

3 Diskussionspunkter **2**

1 Inledning och bakgrund

Inom ramen för denna text följer nedan några kommentar till artikeln *Att mäta duglighet hos en tillverkningsprocess* av Magnus Arnér och Kerstin Vännman som publicerats i *Qvintensen 2011:2* [1]. Det som primärt diskuteras här är diskussionen kring de tre olika kapabilitetsindex som beskrivs i artikeln.[1]

2 Tre kapabilitetsindex

Antag att vi observerar en stabil process med väntevärde μ och standardavvikelse σ – den kan dock tänkas förflytta sig upp eller ner samt öka eller minska spridningen vid enstaka tillfällen (där varje sådan konstant tidsregion sedemera behandlas separat). För denna process, innan observation, antas det ha satts upp övre och undre specifikationsgränser (U respektive L; i någon mening definierandes ett acceptabelt utfallsintervall)[2] samt ett målvärde M lokaliserat inom detta intervall.

Givet dessa definitioner och antaganden så kan man skapa olika kapabilitetsindex - de tre diskuterade av Arnér & Vännman återges nedan - som lite vagt uttryckt skall försöka fånga om huruvida processen tryggt i tillräckligt stor utsträckning håller sig inom de uppsatta specifikationsgränserna eller inte. För lite mer information och kompletterande benkött, se t.ex [2, 3].

$$C_p = \frac{[U - L]}{6\hat{\sigma}} \tag{1}$$

[1] Se stycke: *Vad är kapabilitetsindex?* (s.10-11).

[2] Givna förkortningar kopplade till engelskan: U=upper specification limit; L=lower specification limit.

$$C_{pk} = \min \left[\frac{[U - \hat{\mu}]}{3\hat{\sigma}}, \frac{[\hat{\mu} - L]}{3\hat{\sigma}} \right] \tag{2}$$

$$C_{pm} = \frac{[U - L]}{6\sqrt{(\hat{\mu} - M)^2 + \hat{\sigma}^2}} \tag{3}$$

Notera: (i) Ett högt indexvärde tyder på att processkontrollen, eller processprestandan, är god i meningen att standardavvikelsen är liten i förhållande till målvärdeslokaliseringen och/eller specifikationsintervallet. (ii) I uttrycken ovan så motsvarar $\hat{\mu}$ och $\hat{\sigma}$ de skattade motsvarigheterna till processens väntevärde och standardavvikelse.

3 Diskussionspunkter

Här ämnar jag i viss detalj kommentera två påståenden i [1] som möjligen kan ses som varandes i behov av förtydliganden eller åtminstone lämpa sig för några frågor som möjligen senare kan få sina svar. Jag tillåter mig att till viss del tolka författarnas beskrivning men hoppas, och i högsta grad avser, att själva tolkningarna kan uppfattas som rimliga.

1. Att (3) *men ej* (2) *tar hänsyn till målvärdet M.*[3]

Som jag uppfattar det hela så tar även (2) i normalfallet – med M befinnande sig (åtminstone approximativt) i mitten av intervallet – hänsyn till målvärdet, dock mer implicit, genom att indexet närmar sig noll om man låter medelvärdet μ gå mot en av ändpunkterna på intervallet (dvs mot U eller L); detta syns tydligt även i de grafiska exemplen som visas genom Figur 1-2. Som ett typexempel, givet σ, och (den approximativa) normalfördelningssituationen där $M = \left[\frac{U+L}{2}\right]$, så gäller detta. Vidare så blir indexet, som alla tre index, maximalt om $\mu = M$ då även (3)=(2)=(1) som då enbart beror på σ och intervallgränserna.

Man kan då möjligen argumentera att vissa intervall av naturen ej bestäms som symmetriska och att enbart (3) tar hänsyn till hur M lokaliserar sig i förhållande till gränserna. Min tolkning är att detta till viss del verkar vara

[3]Exakt citat: *Indexet C_{pk} förbättrade C_p, men en stor nackdel återstår. Det tar inte hänsyn till målvärdet... Nästa kapabilitetsindex som introducerades, också på 1980-talet, tar hänsyn till både processens spridning och avståndet till målvärdet M. Det betecknas C_{pm}...* [1]; s.10.

principiellt korrekt men man kan notera att man a) skulle kunna justera (2) – vagt uttryckt via viktning över de två delintervallen – för att ta hänsyn till dylika situationer och b) indexet (3) verkar ingalunda vara perfekt på att fånga upp denna typ av problem då det enbart på ett ganska så enkelt sätt mäter värdeavståndet från medel till mål och även kan uppvisa ganska så konstiga egenskaper i speciella fall.[4] Min slutsats blir då att indexen i denna mening snarare båda två, till viss del, verkar korrigera för M men på olika sätt, olika tydligt, och med olika nackdelar och tillhörande lite sämre prestanda i lite olika situationer.

> *2. Att det råder en monoton relation mellan* (3) *och* (2) *genom att den förstnämna alltid är lägre vid $\mu \neq M$, dvs vid medelavvikande från målvärdet.*[5]

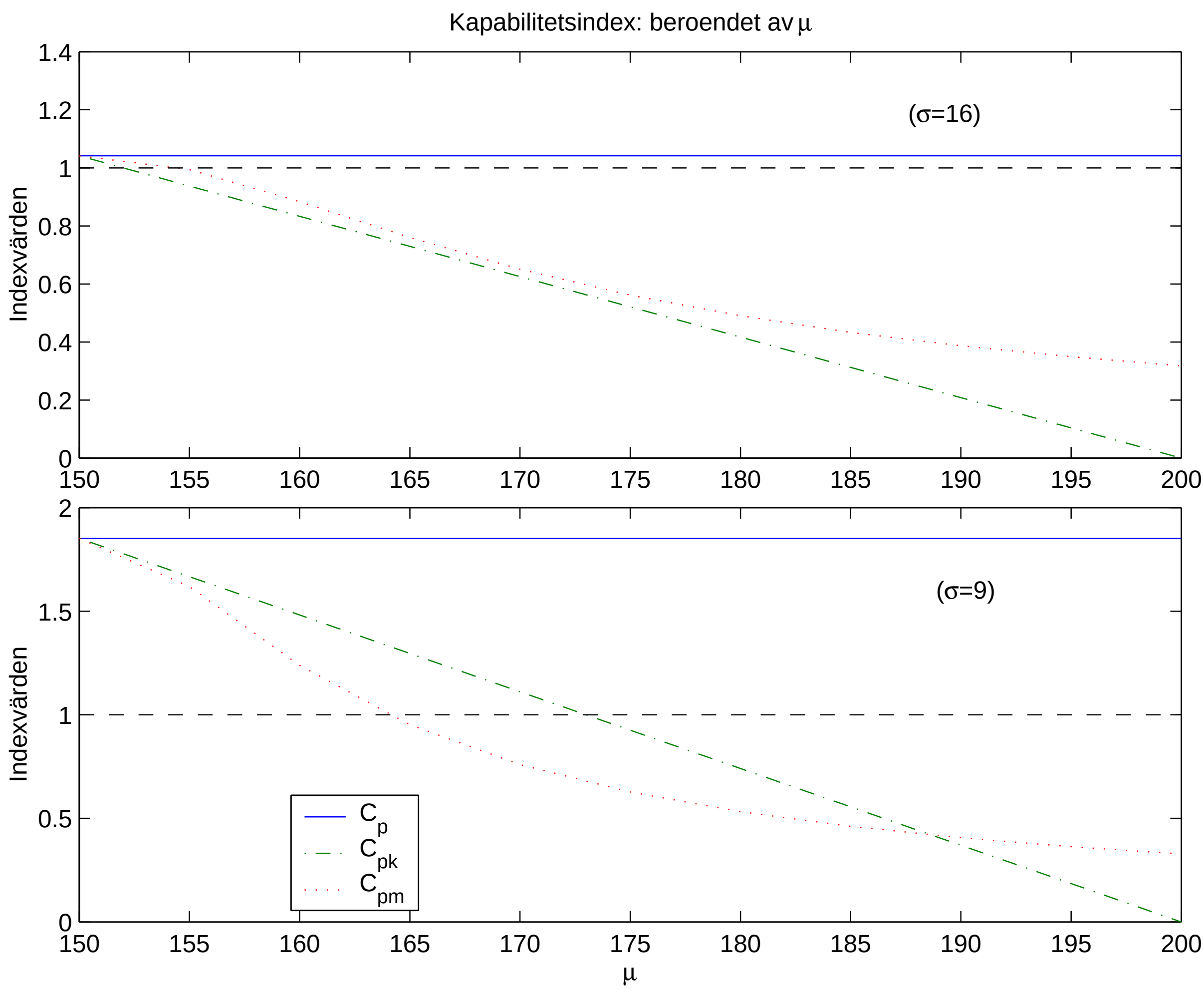
Denna tolkning ser möjligen ut som att inte vara allmängiltigt valid – se Figur 1-2 – då både relationerna (3)$>$(2) och (3)$<$(2) ser ut att vara möjliga, om $\mu \neq M$, givet olika parametermönster med avseende på U, L och σ. Speciellt så kan man se t.ex i Figur 2 att det finns sådana fall där (3)$>$1 och (2)$<$1.

Notera att detta inte implicerar att jag vill föra fram (2) som ett generellt sett bättre index än (3), utan enbart att relationen dessa emellan möjligen kan te sig mer komplicerad än vad som antydningsvis framgår av beskrivningen i [1].[6] Det kan mycket väl vara så att (3) rent faktiskt är indexet att föredra i de flesta i praktiken realistiska scenarierna, men jag hoppas att detta inlägg möjligen åtminstone kan ses som varandes av visst principiellt intresse.

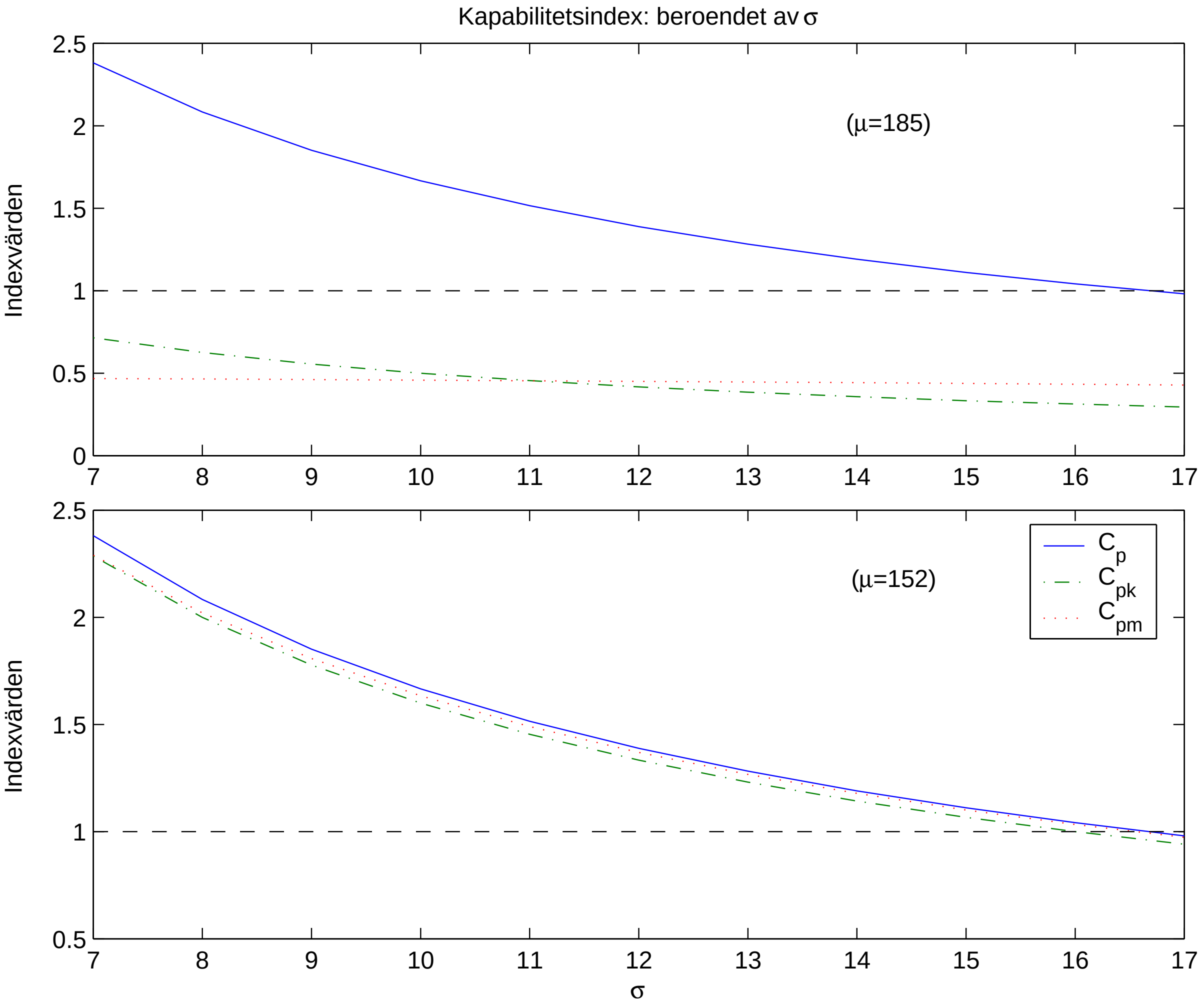
[4] Notater: a) Indexet (3) tar ej hänsyn till hur väntevärdet μ förhåller sig till gränserna. b) Det skiljer inte heller på vilken sida om M som μ ligger på och mäter avståndet via ett enkelt kvadratiskt avstånd över hela intervallet. c) Om M förhåller sig ickesymmetriskt till gränserna och rent faktiskt ligger på (eller nära) en gräns, U eller L, så stiger indexet utan gräns ju större man gör intervallet trots att man då i alla icke-triviala fall har en (antagligen ganska så stor) tydlig sannolikhet att hamna utanför intervallet för varje enskild enhet.

[5] Exakt citat: *Om man har en situation som i Figur 3 så kommer indexet C_{pm} att vara lågt och signalera att processen inte är duglig eftersom den ligger långt ifrån målvärdet medan indexet C_{pk} indikerar att allt är OK.*[1]; s.10-11.

[6] En artikel som jag för övrigt fann både stimulerande och intressant!



Figur 1: Kapabilitetsindexprocessexempel beroende av μ. Parametervärden: $L = 100$, $U = 200$, $M = 150$, $\sigma = 16$ (övre delgraf) och $\sigma = 9$ (undre delgraf).



Figur 2: Kapabilitetsindexprocessexempel beroende av σ. Parametervärden: $L = 100$, $U = 200$, $M = 150$, $\mu = 185$ (övre delgraf) och $\mu = 152$ (undre delgraf).

Referenser

[1] M. Arnér & K. Vännman : *Att mäta duglighet hos en tillverkningsprocess.* Qvintensen 2011:02:, s. 7-11 (2011).

[2] D. C. Montgomery : *Introduction to Statistical Quality Control.* 5th edition, Wiley, 2005.

[3] Wikipedia : *Process Capability Index.* (Länk och artikel kontrollerade 2011-06-22: 'http://en.wikipedia.org/wiki/Process_capability_index')