Några kommentarer till 'Metoder för beslutsstöd' (Qvintensen 2010:1)

Lars Ängquist[1]

16 juli 2010

[1](Filosofie doktor; Matematisk statistik, 2007) Nuvarande anställning: Institut for sygdomsforebyggelse, Köpenhamn, Danmark. Hemadress: Mariedalsvägen 33, S-21745, Malmö, Sverige. Telefon: (+46) 070-3586673. E-mail: Lars.Angquist@telia.com.

Innehåll

1 Inledning och bakgrund

Jag ämnar i följande text infoga några kommentarer till Love Ekenbergs (LE) artikel *Metoder för beslutsstöd* (Ekenberg, 2010b) vilken nyligen publicerades i Qvintensen 2010:1. Däri beskrevs översiktligt metoden som LE, med kollegor, inom företaget Preference och genom den tillhörande implementerade programvaran DecideIT använder för att hantera beslutsproblem. En mer allmän reflektion kring behovet av beslutsstöd inför fattandet av viktiga beslut, *Intuition och idioti - något om bristen på kloka beslut* (Ekenberg, 2010a), gavs även av samma författare, i direkt anslutning, i samma nummer.

Jag vill dock redan här, i början av kommentarssträckan, passa på att vara tydlig med att jag inte ämnar att kritisera metoderna, och den tillkopplade programvaran, per se då jag inte är bekant med dessa mer än genom den ovan nämnda och här diskuterade artikeln, och genom ett snabbt konsulterande av delar av referensen Borking et al. (2010). Snarare vill jag, då jag anser det vara av vikt, kommentera det som skrevs i artikeln i allmänhet och det exempel (beskrivet som litet) som gavs i synnerhet. Huvudsyftet, pudelkärnan om man så vill, kan nog kortfattat lämpligast beskrivas som att jag känner viss tveksamhet inför den förmedlade tvärsäkerhet som LE ger sken av inför tolkningen av detta exempel, samt inför avsaknaden av resonemang kring alternativa tolkningar och kring vissa antaganden som till syvende och sist påverkar vilket tolkningsresultat man vid tillämpning kommer fram till.

Mer om beslutsteori, och så kallad spelteori, kan läsas till exempel i de därom vittomfattande böckerna Winkler (1972) och Luce and Raiffa (1989); eller varför inte i den svenskspråkiga korta introduktionen Blom (1961) av gamle, numera dock framlidne, lundaprofessorn och svenske statistikprofilen Gunnar Blom.

2 Schematiskt beskriven beslutsmodell

2.1 Grundmodell

Man står inför problemet att fatta ett beslut - det vill säga en punkt och position där endast ett av flera (minst två) alternativ skall väljas. Varje val leder genom en slumpmekanism till flera möjliga konsekvenser. Detta kan även ske i flera led - det vill säga det första steget är själva det primära valet som står i fokus och senare led är en uppsättning slumpbaserade val som sker enligt en antagen slumpmodell. I sista ledet ges sedan en uppsättning slutkonsekvenser som för att möjliggöra en analys skall kunna tillskrivas någon typ av värde. Allt detta kan schematiskt på ett effektivt sätt beskrivas i form av ett träddiagram: beslutet är rotnoden och lövnoderna är de olika (värderade) slututfallen.

I grundfallet kan man se detta som att varje slumputfall sker genom en exakt definerad slumpmodell (med fixa sannolikheter tillskrivna varje möjligt utfall) och att varje sådant valitt slututfall kan kopplas till ett fixt värde givet på en kontinuerlig skala;[1] utskrivet i en något mera formell stil – om man har M olika möjliga beslut $B_1, B_2, \ldots, B_M$ så kan man beskriva den totala uppsättningen slututfall genom…

$$\{u_{1i}\}_{i=1}^{n_1}, \{u_{2i}\}_{i=1}^{n_2}, \ldots, \{u_{Mi}\}_{i=1}^{n_M} \tag{1}$$

vilket helt enkelt visar de M möjliga mängderna av slututfall tillhörande de olika besluten, och där u_{ji} följdaktligen är det fixa värdet på det i:e utfallet för beslut j. Vidare så åtföljs detta (och analogt varje möjligt) utfall av en fix sannolikhet p_{ji} vilken då speglar sannolikheten för utfall i givet beslut j.[2]

Låt oss vidare för enkelhets skull anta att slututfallen för varje beslut är *ordnade* i den meningen att $\forall j : \; u_{ji} \leq u_{jk}; \; i < k$ och att höga värden anses gynnsamma.

2.2 Generaliserad modell

Man kan här introducera generaliseringar, vilket framläggs i Ekenberg (2010b), genom att införa osäkerheter gällande de använda sannolikhetsmodellerna (modellerande slumputfallen) samt de aktuella beslutsunderbyggande värderingsalternativen.

I det första fallet kan detta ske genom att man accepterar sannolikheter som angivna liggandes inom ett intervall (istället för att vara fixa). I det andra fallet så möjliggörs på liknande sätt värden lokaliserade till intervall.

Utgående från den tidigare mer formella beskrivningen kan detta nu enkelt uttryckas som att u_{ji} och p_{ji} inte längre anses vara fixa värden respektive

---

[1] Det vill säga att man tydligt kan säga vilket utfall, om något, som anses mer fördelaktigt av två givna alternativ. Man kan lika naturligt anta stora som små värden som varandes fördelaktiga men här antar vi, som i exemplet i Ekenberg (2010b), att det mest och minst fördelaktiga alternativet har värdet 1 respektive 0.

[2] Notera den implicita sannolikhetsrestriktionen att $\forall j : \; \sum_{i=1}^{nj} p_{ji} = 1$.

sannolikheter utan att man accepterar antaganden på formen

$$u_{ji} \in [u_{ji1}, u_{ji2}] \quad \text{och} \quad p_{ji} \in [p_{ji1}, p_{ji2}]$$

det vill säga i dessa fall inkorporerandes osäkerhet, på värden och/eller tillhörande sannolikheter, genom möjliggörandet av tillhörandet av motsvarande intervall.

3 Utvärdering av beslut

3.1 Grundmodell

Utifrån dessa antaganden så kan man sedan utvärdera olika besluts värdeprestanda genom att till exempel beräkna väntevärden över relaterade värdeuttryck eller genom nyttjande av beslutskriterier baserade på, till exempel, *minimax-* eller *maximin-procedurer* (se t.ex Winkler, 1972). I detta det enklaste väntevärdesfallet med enbart givna fixerade sannolikheter och värden så ges detta - för beslut j - genom

$$E(B_j) = \sum_{i=1}^{n_j} u_{ji} p_{ji} \tag{2}$$

som enkelt beräknas och sedan kan ligga till grund för en jämförelse mellan de olika besluten.[3]

3.2 Generaliserad modell

När värden och sannolikheter tillåts vara oprecist intervallbaserade så kan man till exempel generalisera ovanstående genom att ansätta sannolikhetsfördelningar över alla de olika införda intervallen.

Ett grundfall torde då vara likformiga fördelningar vilket motsvarar att alla möjliga valida kombinationer anses lika troliga.[4] Naturliga utvecklingar från detta grundläge kunde då vara exempelvis normalfördelningar avklippta

[3]Det vill säga, i detta fall, sök maximum över mängden av beslut; $\max_j E(B_j)$.

[4]Notera att beteckningen likformig fördelning här just skall tolkas i denna generella mening då, i vissa multivariat oprecisa fall, ordinala restriktioner kan antas vara givna och alla värden/sannolikheter inom sådana intervall, med avseende på de olika utfallen, då enligt givna antaganden ej kan antas samtidigt; ett exempel på detta behandlas även nedan.

till att enbart täcka de inkluderade intervallen, eller andra fördelningar – välkända såsom manuellt definierade – som kan anses motsvara ens a priori uppfattningar om troligheten för de möjliga parametervärdena.[5]

4 Det givna exemplet

4.1 Scensättande

Antag en situation gällande en godtycklig person med sjukdomstillståndet kallbrand. Man ges här $M = 2$ möjliga beslut – *direkt amputering* (B_1) eller *medicinering* (B_2). I det första fallet så kan man antingen överleva den enklare amputationen och leva vidare (u_{12}) eller avlida (u_{11}). I det andra fallet så blir man antingen helt bra (u_{23}), man överlever en svårare amputation (u_{22}) eller avlider (u_{21}). Med den ovan introducerade informationen, och tidigare presenterad notation, så beskrivs och formaliseras det relaterade beslutsproblemet, enligt LE:s givna antaganden, som följer (för bild, se Ekenberg, 2010b):

$$\begin{aligned} u_{11} = 0;&\;\; p_{11} \in [0, 0.01] \\ u_{12} \in [0.0001, 0.9999];&\;\; p_{12} \in [0.99, 1] \\ u_{21} = 0;&\;\; p_{21} \in [0.01, 0.03] \\ u_{22} \in [0.0001, 0.9999];&\;\; p_{22} \in [0.18, 0.285] \\ u_{23} = 1;&\;\; p_{23} \in [0.70, 0.80] \end{aligned} \tag{3}$$

4.2 Problem med presentationen

Hanterandet av ordinaldata: I LE:s presentation anges att man enkelt och till synes fullständigt problemfritt hanterar de ordinaldata som här antas vara fallet: att överleva är bättre än en enkel amputation som i sin tur är bättre än en svår amputation som slutligen är bättre än döden. Även jag håller med om att de flesta nog håller med om detta. Men steget därefter

[5] Om man antar att beslutet sker i flera led och att man generellt ansätter likformiga fördelningar för att hantera osäkerheter i sådana multipla steg så kommer det slutgiltiga intervallet av typen $p_{ji} \in [p_{ji1}, p_{ji2}]$ att beskriva det sannolikhetsmässiga utfallsrummet alltmedans den tillhörande fördelningen implicit har förskjutits från den likformiga genom att denna nu beskriver alla möjliga *produkter av sannolikheter* längs de giltiga beslutskonsekvensvägarna.

då detta överförs till ovan angivna värdeskala är mer diskutabel, eller borde åtminstone vara värt en diskussion. Naturligtvis är detta inte *fel i sig* men det speglar implicit ett antagande om hur man ser på värdeförhållandena mellan de möjliga typutfallen. Detta sker genom de fördelningar som ansätts över de osäkra intervallen (likformiga såsom icke-likformiga – vad som åsyftas är här oklart i texten). För att kunna hantera väntevärdesbildningar krävs alltid en kvantifierad skala så det till synes snillrika trollerinumret är i denna mening blott en chimär.[6]

Man kan notera att de ovan angivna intervallen består av alla möjliga, det vill säga realiserbara, värden som uppfyller ordinalantagandet. Detta innebär att vissa värden är beroende i den meningen att de inte kan uppnås samtidigt – de tillhör inte informationsmängden som LE uttrycker det. Vidare så leder detta till att både den enkla och den svåra amputationen anges till värdeintervallet $[0.0001, 0.9999]$.[7] En ekvivalent formulering av ordinalantagandet kan även skrivas ut genom att följande villkor antas giltiga:

$$0 = u_{11} = u_{21} < u_{22} < u_{12} < u_{23} = 1 \tag{4}$$

där, i det enskilda fallet, $u_{12} \in [0.0001, 0.9999]$ och $u_{22} \in [0.0001, u_{12}]$. Om man då, vilket skulle kunna vara fallet i artikeln (även om det är lite oklart) ansätter en likformig fördelning[8] över intervallen så ger detta att man antar a priori att en enkel amputation anses värdemässigt kunna lika troligt placera sig vart som helst mellan extrempunkterna helt återställd genom medicinering (värde 1) och död (värde 0), samt att en svår amputation på samma sätt befinner sig mellan en enkel amputation och död. Man kan notera att detta är ett ganska starkt delvis moraliskt präglat antagande.[9]

[6]Detta kan möjligen tolkas som havandes kopplingar till diskussionen, och paradoxen, kopplat till det som brukar kallas en icke-informativ (likformig) apriori fördelning, som dock rent krasst är icke-informativ endast i förhållande till den underliggande skala som används och inte i relation till en icke-identisk transformation av variabeln (se förslagsvis Edwards, 1992; Gelman et al., 2004).

[7]Något kuriöst så borde nog egentligen det förstnämnda och det senare fallet rent tekniskt anges som halvöppna intervall då antagandet anger att de är ordnade men inte tillåts vara av lika värde.

[8]I tidigare angiven mening; se Fotnot 4.

[9]Den använda metoden kan här te sig till synes *objektiv* i den meningen att man inkorporerar osäkerhet genom att väga samman alla möjliga alternativ (som uppfyller de ganska lösa restriktionerna) och att den slutsatsen man då räknar sig fram till därmed skulle vara oantastligt korrekt. Min poäng här är dock att detta bara strikt sett är fallet

Den självklara slutsatsen: Givet detta så ger väntevärdesbaserade beräkningar och utvärderingar av beslutskonsekvenserna att författaren (dvs LE) starkt förordar medicineringen; det beskrivs rent utav som att detta alternativ är helt överlägset och att patienten lugnt, utan oro, kan påbörja denna medicinska behandling. Som ovan nämnts är dock detta inte på något sätt en rent objektiv slutsats utan till fullo beroende på de implicit subjektiva antaganden som införts genom detta sätt att hantera givna ordinaldata.

En alternativ princip, som jag även misstänker att många personer och forskare i lika hög grad skulle ställa sig bakom, om att istället utgå ifrån att försöka sträva efter att minimera risken för (härav orsakad) död skulle kunna formuleras genom kriterierna

$$u_{11} = u_{21} = 0;\ u_{23} = 1;\ c = u_{22} < u_{12};\ c \to 1$$

Notera att dessa värden återfinns i informationsmängden, och därmed antas uppfylla ekvationen (4), ovan. Med andra ord så är detta ett uttryck för att i gränsen som åsyftas så behandlas alla alternativ som innebär överlevnad som havandes – i praktiken – lika värde; det som skall minimeras blir därför risken för orsakad död.

Även med den givna osäkerheten på ingående sannolikheter så leder detta nu direkt till den diametralt motsatta slutsatsen att man istället bör, för säkerhets skull, utföra den enklare amputationen. Detta beror på att att sannolikheten för död uppskattas till högst 1% vid denna typ av amputation och till att ligga så högt som mellan 1-3% vid val av medicineringsalternativet. Endast vid de respektive övre och undre extrempunkterna 1% så värderas riskerna lika och därför kan, enligt ovan skisserade princip, det senare alternativet förordas endast vid denna enda punkt i informationsrummet.[10]

Naturligtvis är inte heller detta en allenarådande princip utan bygger helt analogt på subjektiva antaganden – som dock här har gjorts explicita – om att vilja minimera sannolikheten för direkt orsakad död. Poängen blir då helt enkelt, som antytts ovan, att det inte finns – *att det inte kan finnas* – ett objektivt sätt att kvantifiera ordinaldata utan att detta per definition för med sig implicita, men fortfarande högst subjektiva, antaganden om värderingarna visavi de närvarande utfallsalternativen.[11]

---

i den situationen att man verkligen uppfattar den angivna fördelningen över dessa utfall som på ett rimligt sätt speglandes reella uppfattningar gällande underliggande värderingar respektive tillhörande sannolikheter.

[10] Som sedan vid väntevärdesbildning, som den enda punkt den är, blir utan inflytande.

[11] Om man överför en generaliserad variant av detta exempel till verkligheten så kommer

Betydelsen av kontraktionsgrafen: Mer perifert kan nämnas att det möjligen kan finnas problem med värdena i den givna så kallade kontraktionsgrafen (för bild, se Ekenberg, 2010b) som längs y-axeln visar, såvitt jag har tolkat det hela, intervallet mellan största respektive lägsta (möjligen negativa) betingade väntevärdet på differensen (D), mellan de två beslutsvärdena, där betingningen sker på varje enskild realiserbar punkt i informationsrummet. Längs x-axeln löper sedan kontraktionsfaktorn (0-100%) som, i någon mening, visar det ovan beskrivna intervallet när man har skalat bort motsvarande procent data – så att säga utifrån och in, startandes med extrempunkter – innan beräkning.

Om vi initialt koncentrerar oss på den (per definition) största differensen genom att kika på fullständig data, det vill säga vid kontraktionspunkt 0%, så anges det maximala värdet (största fördel för amputeringsalternativet) i grafen till knappt 0.4 respektive det lägsta värdet (största fördel för medicineringsalternativet) till -1.

Största värdet, antag: (i) Amputering – om sannolikheten för död är 0 och värdet för en enkel amputation väljs som 0.9999 ($p_{11} = 0$; $u_{12} = 0.9999$). (ii) Medicinering – om sannolikheten att bli återställd är 70%, sannolikheten för död efter svår amputation är 3%, samt att värdet för en svår amputation sätts till 0.0001 ($p_{23} = 0.70$; $p_{21} = 0.03$; $u_{22} = 0.0001$). Detta borde då leda till en differens på uppskattningsvis

$$\max D = 0.9999 - (1 \cdot 0.70 + 0.27 \cdot 0.0001) \approx 0.30.$$

Lägsta värdet, antag: (i) Amputering – om sannolikheten för död är 1% och värdet för en enkel amputation väljs som 0.0002 ($p_{11} = 0.01$; $u_{12} = 0.0002$). (ii) Medicinering – om sannolikheten att bli återställd är 80%, sannolikheten för död efter svår amputation är 1%, samt att värdet för en svår amputation sätts till 0.0001 ($p_{23} = 0.80$; $p_{21} = 0.01$; $u_{22} = 0.0001$.)

$$\min D = 0.0002 \cdot 0.99 - (1 \cdot 0.80 + 0.19 \cdot 0.0001) \approx -0.80.$$

antagligen valet av rimlig värdeskala, eller i en inskränkt mening valet mellan de två beskrivna tilldelningsalternativen, att anses vara starkt beroende på vilken skalmässig dödsrisk man talar om; en mycket liten sannolikhet skulle nog många personer i en ansenlig mängd fall kunna finna vara ett rimligt risktagande, alltmedans en hög dito nog i de flesta fall mycket sällan anses vara acceptabel. Då dessa, och liknande, uppskattningar nog oftast är starkt individspecifika så vore det nog dock i många fall att föredra att fullständigt presentera själva alternativen, med tillhörande utfall, för de drabbade personerna som (när detta kan anses vara rimligt) sedan själva får fatta beslut utifrån sina egna preferenser.

Som synes, enligt min tolkning, så överensstämmer inte dessa värden riktigt med de som ges i artikelgrafen.[12]

Om man sedan ökar kontraktionen, det vill säga rör sig längs med x-axeln i kontraktionsgrafen så kommer man – om jag har förstått det hela korrekt – helt enkelt att skala bort värden från informationsmängden. Detta leder då automatiskt till att den observerade differensen mellan det största och lägsta värdet successivt kommer att minska; sättet detta sker på kan ju dock, som även LE antyder, variera beroende på vilken trovärdighet (sannolikhet) man tillskriver de värden man skalar bort. Sedan lyfts även *kontraktionsgraden* med avseende på alternativen, säg B1 gentemot B2, fram och beräknas i artikeln. Denna tolkas som den kontraktion (om någon) som leder fram till att alla kvarvarande punkter i informationsmängden värderar B1 som varandes ett bättre alternativ än B2. Något som här förundrar mig en aning är att det lite senare lyfts fram att man även kan, i samma fall, beräkna kontraktionen av B2 med avseende på B1. Givet en rimlig monotonicitet med avseende på kontraktionseffekten så borde man nog ej kunna få existerande värden för båda dessa situationer samtidigt (snarare antingen eller; om alternativen icke är konsekvensmässigt helt ekvivalenta då kontraktionsgraden, beroende på hur man ser på differensen 0, blir 0% eller icke-existerande, i båda fallen).[13]

5 Slutord

Som tidigare nämnts är detta inte en kritik mot den implementerade programvaran, dess prestanda eller dylikt, och jag hyser heller inga tvivel om att den fungerar och även antagligen fullt ut kan hantera de fallen som här kort diskuterats. Det jag har haft vissa invändningar mot är den skenbart objektiva hanteringen av problemet med ordinaldatakvantifiering samt de följder som detta har fått genom en något omotiverat självsäker tolkning av resultaten motsvarande det introducerade exemplet som lyfts fram i texten.

Om man som i artikeltexten (och i den tillhörande systerartikeln) går ut hårt genom att yttra en stark, och välmotiverad, avsikt att generellt sett

[12] En redaktionell rättelse kopplat till detta utpekande infördes senare i Qvintensen 2010:2; dock där felaktigt angivandes värdena till 0.30 och 0.80, det vill säga med bruk av teckenfel i det senare fallet.

[13] Argument: Om vid en viss kontraktion alla kvarvarande värden indikerar att B1 är bättre än B2 så kan ju knappast varken en delmängd av dessa värden, eller en större utökad mängd, visa motsatsen.

bekämpa (besluts)idiotin så blir det ju än viktigare att göra sitt allra yttersta för att föregå med gott exempel.

Referenser

Blom, G. (1961). *Spelteori och beslutsteori.* Stockholm: Almqvist & Wiksell.

Borking, K., Danielsson, M., Ekenberg, L., Larsson, A. and Idefeldt, J. (2010). *Bortom business intelligence.* Stockholm: Sine Metu.

Edwards, A. W. F. (1992). *Likelihood: Expanded edition* (Second Edition ed.). New York: John Hopkins University Press.

Ekenberg, L. (2010a). Intuition och idioti - något om bristen på kloka beslut. *Qvintensen*, *1*, 16–17.

Ekenberg, L. (2010b). Metoder för beslutsstöd. *Qvintensen*, *1*, 18–19.

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S. and Rubin, D. B. (2004). *Bayesian data analysis* (Second Edition ed.) [Texts in Statistical Science]. Boca Raton (Florida): Chapman & Hall/CRC.

Luce, R. D. and Raiffa, H. (1989). *Games and decisions: Introduction and critical survey.* New York: Dover Publications, Inc. (Dover edition; originally published by Wiley in 1957.)

Winkler, R. L. (1972). *An introduction to Bayesian inference and decision.* New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.