Några kommentarer till 'Metoder för beslutsstöd' (Qvintensen 2010:1)

Lars Ängquist[1]

Jag ämnar i följande text infoga några kommentarer till Love Ekenbergs (LE) artikel *Metoder för beslutsstöd* [1] vilken nyligen publicerades i *Qvintensen 2010:1*. Däri beskrevs översiktligt metoden som LE, med kollegor, har implementerat för att hantera beslutsproblem. En mer allmän reflektion kring behovet av beslutsstöd, *Intuition och idioti - något om bristen på kloka beslut* [2], gavs även av LE i samma nummer.

Jag vill dock redan här passa på att vara tydlig med att jag inte ämnar kritisera metoderna per se. Snarare vill jag, då jag anser det vara av vikt, kommentera det som skrevs i artikeln i allmänhet och det exempel som gavs i synnerhet. Huvudsyftet, pudelkärnan, kan kortfattat beskrivas som att jag känner viss tveksamhet inför den förmedlade tvärsäkerhet som LE ger sken av inför exempeltolkningen, samt inför avsaknaden av resonemang kring vissa antaganden som till syvende och sist påverkar vilken tolkning man vid tillämpning kommer fram till.

Mer om beslutsteori, och spelteori, kan läsas till exempel i de därom vittomfattande böckerna [3,4]; eller varför inte i den svenskspråkiga korta introduktionen av, numera framlidne, lundaprofessorn och svenske statistikprofilen Gunnar Blom [5].

Beslut

Man står inför att fatta ett beslut - endast ett av flera alternativ skall väljas. Varje val antas genom slumpinverkan leda till någon av flera möjliga konsekvenser - även i flera led då det första steget är det primära valet i fokus och senare led en valkedja som utvecklande sig enligt en slumpmodell för att, i sista ledet, mynna ut i en slutkonsekvens med tillhörande värde. I grundfallet utgås ifrån en fix slumpmodell (fixa sannolikheter för varje möjligt utfall) och värdefördelning (över valida slututfall; intervallskala). Något mera formellt: antag M möjliga beslut $B_1, B_2, \ldots, B_M$ och beskriv slututfalluppsättningen genom

$$u_{ji}; i = 1,2,...,n_j,\ j = 1,2,...,M$$

där u_{ji} är det fixa värdet för utfall i - beslut j, åtföljt av den fixa sannolikheten p_{ji}. Låt oss för enkelhets skull anta att slututfallen är ordnade så att

$$\forall j : u_{ji} \leq u_{jk}; i < k$$

och att höga värden anses gynnsamma.

I LE:s text framläggs även generalisering genom osäkra (i) slumpmodeller (ii) värderingsmodeller; man accepterar sannolikheter och/eller värden som angivna liggandes inom intervall [1]

[1] PhD, Matematisk statistik, Lund, 2007.
Anställning: Institut for Sygdomsforebyggelse, Köpenhamn.

$$u_{ji} \in [u_{ji1}, u_{ji2}];\ p_{ji} \in [p_{ji1}, p_{ji2}]$$

där dessa inte längre tvingas antas som varandes fixa.

Utifrån dessa antaganden så kan man sedan utvärdera (jämföra) beslut genom att till exempel beräkna *väntevärden* över relaterade värdeuttryck. I det enklaste fallet med fixa sannolikheter och värden så ges detta - för beslut j - av

$$E(B_j) = \sum_{i=1}^{n_j} u_{ji} p_{ji}\ .$$

Alternativt kan man utvärdera baserat på, till exempel, *minimax*- eller *maximinkriterier* [4].

Här kan man generalisera, när värden och sannolikheter tillåts vara intervallbaserade, genom att ansätta sannolikhetsfördelningar över alla införda intervall. Ett grundfall torde vara likformiga fördelningar; att alla möjligheter anses lika troliga. Naturliga utvecklingar kan vara exempelvis normalfördelningar avklippta till enbart inkluderade intervall, eller andra fördelningar - välkända eller speciella - som anses motsvara ens a priori uppfattning. (Tolka här den likformiga fördelningen över sannolikheter som ett utgångsläge; exempelvis, om beslut sker i flera led och att man ansätter likformiga fördelningar i led ett så blir den slutgiltiga fördelningen, p_{ji} implicit förskjuten genom *produkten av sannolikheter* längs de giltiga beslutskonsekvensvägarna.) Vidare, med värden på ordinalskala så kan man vid direkt jämförande behöva ta hänsyn till att, enligt antaganden, alla värden över intervallen ej kan antas samtidigt; ett exempel på detta behandlas nedan.

Exemplet

Scensättande: En person har kallbrand och M=2 möjliga beslut - *direkt amputering* (B_1) eller *medicinering* (B_2). I det första fallet överlever man den enklare amputationen (u_{12}) eller avlider (u_{11}); i det andra fallet blir man antingen helt bra (u_{23}), överlever en svårare amputation (u_{22}) eller avlider (u_{21}); LE sätter upp ordinalantagandet

$$0 = u_{11} = u_{21} < u_{22} < u_{12} < u_{23} = 1$$

vilket innebär rankingen helt bra (bäst) - enkel amputation - svår amputation – döden (sämst); sannolikheter ansätts (för bild, se [1])

$$p_{11} \in [0,0.01];\ p_{12} = [0.99,1];\ p_{21} = [0.01,0.03];\ p_{22} = [0.18,0.285];\ p_{23} = [0.70,0.80]$$

Ordinaldatahantering: Även jag håller med om att de flesta nog håller med om detta är rimligt. LE går dock längre än så och antyder att man genom att tillåta alla möjliga värdeutfall som uppfyller restriktionerna ovan löser det inneboende problemet med (godtyckligt) satt värdeskala. Naturligtvis är detta inte fel i sig men speglar implicit, genom de fördelningar som ansätts över osäkra intervall, ett antagande om hur man ser på förhållandet mellan möjliga utfall. (Förhållandet regleras av ansatt fördelning över möjliga värden). För att hantera väntevärdesbildningar krävs alltid en kvantifierad skala så det till synes snillrika trollerinumret är i denna mening blott en chimär. Om man, vilket kan vara fallet i artikeln (det är lite oklart), ansätter en likformig fördelning över intervallen med alla möjliga, realiserbara, värden uppfyllandes ordinalantagandet.så ger detta att man a priori antar en enkel amputation värdemässigt lika trolig var som helst mellan helt återställd och en svår amputation, samt att en svår amputation på samma sätt befinner sig mellan enkel amputation och död. Man kan notera att detta är ett ganska starkt delvis moraliskt präglat antagande. Den använda metoden kan te sig till synes objektiv när man inkorporerar osäkerhet genom att väga samman alla möjliga alternativ och att den framräknade slutsatsen därmed blir oantastligt korrekt. Min poäng här är dock att detta strikt sett bara är fallet om man verkligen uppfattar angiven fördelning över utfallen som rimligen speglandes reella uppfattningar. (Detta kan möjligen ses som havandes kopplingar till diskussionen om den icke-informativa (likformiga) a priori fördelningen, som dock rent krasst är icke-informativ endast i förhållande till variabeln själv och ej till icke-identisk transformation; se [6]).

Den självklara slutsatsen: Givet detta så ger väntevärdesbaserad beräkning och beslutsutvärdering att LE starkt förordar medicineringen som rent utav beskrivs som ett helt överlägset beslut som patienten lugnt kan påbörja. Som ovan nämnts är dock detta inte på något sätt en rent objektiv slutsats utan till fullo beroende på de implicita antaganden som införts genom ordinaldatahanteringen. En alternativ princip, som jag misstänker att många i lika hög grad skulle ställa sig bakom, om riskminimering för (härav orsakad) död kan formuleras

$$u_{11} = u_{21} = 0; u_{23} = 1; c = u_{22} < u_{12}; c \to 1$$

vilken även återfinns i informationsmängden ovan. Med andra ord är detta ett uttryck för att i gränsen som åsyftas behandla alla alternativ med överlevnad som havandes - i praktiken - lika värde. Även med given sannolikhetsosäkerhet så leder detta nu direkt till den diametralt motsatta slutsatsen att man istället bör, för säkerhets skull, utföra den enklare amputationen. Detta beror på att att sannolikheten för död uppskattas till högst 1% vid denna typ av amputation och så högt som mellan 1-3% vid val av medicinering; överlappandes endast vid övre respektive undre extrempunkt (1%). Vid väntevärdesbildning blir denna enda punkt utan inflytande. Naturligtvis är inte heller detta en allenarådande princip utan bygger helt analogt på antaganden - som dock här har gjorts explicita. Poängen kan reitereras som att det inte finns - att det inte kan finnas - ett objektivt sätt att kvantifiera ordinaldata utan att detta per definition för med sig implicita antaganden om värderingarna visavi närvarande utfallsalternativ. (Om man överför en generaliserad exempelvariant till verkligheten så beror antagligen valet av rimlig värdeskala, eller i inskränkt mening valet mellan de två beskrivna alternativen, starkt på vilken dödsrisknivå man talar om; en mycket liten sannolikhet accepteras nog - i denna mening - lättare än en stor. Ett alternativ är även en fullständig presentation av själva alternativen för personer som sedan – om möjligt - själva kan fatta beslut utifrån individspecifika preferenser.)

[1] Ekenberg, L Intuition och idioti *Qvintensen 2010:1* (2010)
[2] Ekenberg, L Metoder för beslutsstöd *Qvintensen 2010:1* (2010)
[3] Luce, RD & Raiffa, H *Games and Decisions* Dover (1989)
[4] Winkler, RL *Introduction to Bayesian Inference and Decisions* HRW (1972)
[5] Blom, G *Spelteori och beslutsteori* Almqvist & Wiksell (1961)
[6] Edwards, AWF *Likelihood* John Hopkins (1992)